



Copyright (c) 2025 Bogdan Symonik, Yurii Polievoda

Ця робота ліцензується відповідно до [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) / This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Богдан Симонік, Юрій Полевода
ОПТИМІЗАЦІЯ ВИРОБНИЧИХ ПРОЦЕСІВ У М'ЯСОПЕРЕРОБЦІ
НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ



Bogdan Symonik, Yurii Polievoda
OPTIMIZATION OF PRODUCTION PROCESSES
IN MEAT PROCESSING BASED ON MATHEMATICAL MODELS

АНОТАЦІЯ

Мета роботи. Метою дослідження є розробка комплексних математичних моделей для формалізації та оптимізації виробничих процесів на м'ясопереробних підприємствах.

Методологія. Методологія базується на комплексному підході, що включає лінійне та нелінійне програмування для планування виробництва з використанням матричних форм, імітаційне моделювання потоків на основі дискретно-подійних систем та черг, теорію масового обслуговування для логістики з відповідними формулами та апроксимаціями, а також моделювання структурно-механічних властивостей м'ясних продуктів.

Наукова новизна. Наукова новизна дослідження полягає в інтеграції різноманітних математичних інструментів для моделювання специфічних процесів м'ясопереробки, що дозволяє не лише виявляти обмеження, але й пропонувати адаптивні стратегії оптимізації в умовах невизначеності. Запропонований підхід враховує нелінійні ефекти перевантаження обладнання та варіативність часу обслуговування, що раніше недостатньо висвітлювалося в літературі з харчової промисловості. Новизна також у практичному застосуванні теорії масового обслуговування для оцінки черг у холодильних камерах та конвеєрних лініях для балансування потоків і маршрутизації автоматичних транспортних систем, що забезпечує кращі результати порівняно з традиційними методами.

Висновки. Результати демонструють, що виробничі процеси м'ясопереробки є багаторівневою системою з ключовими етапами, такими як зберігання сировини, технологічна обробка та пакування, де вузькі місця включають обмежені потужності холодильного обладнання, низьку продуктивність механічної обробки та неефективну логістику. Математичні моделі формалізують ці процеси: лінійне програмування оптимізує ресурсне планування, імітаційне моделювання оцінює черги, теорія масового обслуговування надає кількісні характеристики для формування логістичних процесів. Практичні приклади показують скорочення часу очікування та балансування потоків до високого рівня пропускної здатності, що сприяє підвищенню ефективності виробництва.

Ключові слова: м'ясопереробка, моделювання, теорія масового обслуговування, структурно-механічні властивості

ABSTRACT

Purpose of the work. The aim of the study is to develop comprehensive mathematical models for the formalization and optimization of production processes in meat processing enterprises.

Methodology. The methodology is based on an integrated approach that includes linear and nonlinear programming for production planning using matrix forms, simulation modeling of material and product flows based on discrete-event systems and queuing models, the theory of mass service for logistics with corresponding analytical formulas and approximations, as well as modeling of structural-mechanical properties of meat products.

Scientific novelty. The scientific novelty of the research lies in the integration of diverse mathematical tools for modeling specific meat-processing operations, which makes it possible not only to identify production constraints but also to propose adaptive optimization strategies under uncertainty. The proposed framework takes into account nonlinear effects of equipment overload and variability of service time, which have been insufficiently studied in food industry research. The novelty also lies in the practical implementation of queuing theory for evaluating congestion in cold storage systems and conveyor lines, as well as the application of routing and flow-balancing algorithms for automated transport systems, which demonstrate higher performance compared to conventional methods.

Conclusions. The results show that production processes in the meat-processing industry constitute a multilevel system with key stages such as raw material storage, technological processing, and packaging, where bottlenecks include limited refrigeration capacity, low mechanical processing productivity, and inefficient internal logistics. Mathematical models formalize these processes: linear programming optimizes resource allocation, simulation modeling assesses queues, and queuing theory provides quantitative parameters for logistics system design. Practical examples demonstrate reductions in waiting time and improved flow balance, which enhance throughput and overall production efficiency.

Keywords: meat processing, modeling, queuing theory, structural–mechanical properties

Вступ

М'ясопереробні підприємства функціонують в умовах жорсткої конкуренції, зростання вимог до якості продукції та підвищених стандартів безпечності харчових продуктів, що формує системну необхідність постійного вдосконалення виробничих процесів, та забезпечення ефективності технологічних операцій Avanesova et al. (2021).

Водночас сучасні умови функціонування м'ясопереробних підприємств визначаються комплексом викликів, пов'язаних із зростанням цін на енергоресурси, нестабільністю сировинних ринків, посиленням регуляторних вимог до безпечності харчових продуктів та необхідністю адаптації до воєнних ризиків, що об'єктивно загострюють проблему раціонального використання ресурсів і підвищення ефективності технологічних процесів. У таких умовах математичне моделювання виробничих систем стає ключовим інструментом підтримки управлінських рішень щодо їх довгострокової стійкості.

Актуальність дослідження зумовлюється тим, що м'ясопереробна галузь є однією з найбільш енергоємних і трудомістких у харчовій промисловості, де значні витрати пов'язані зі зберіганням, транспортуванням, механічною та тепловою обробкою сировини, а також з пакуванням готової продукції, що потребує точного аналізу й систематизації факторів, які впливають на ефективність виробництва. Використання математичного моделювання уможливорює виявлення «вузьких місць» технологічного ланцюга, обґрунтування оптимальних режимів роботи обладнання та розробку сценаріїв енергозбереження, що робить дослідження особливо значущим як з наукової, так і з практичної точки зору.

Аналіз наукових публікацій свідчить про зростаючу увагу до проблем оптимізації виробничих процесів у м'ясопереробній галузі, що відображається як у вітчизняних, так і в міжнародних дослідженнях. Зокрема,

Lespukh & Ivasiv (2024) застосували методи бенчмаркінгу для оцінки передових технологій харчової промисловості, показавши їх потенціал у підвищенні ефективності, однак залишили поза увагою питання математичного моделювання інтегрованих систем управління. Bal-Prylypko et al. (2022) дослідили тенденції розвитку м'ясопереробної промисловості України й запропонували оптимізацію рецептури ковбасних виробів, проте обмежилися прикладними аспектами без глибокої формалізації процесів.

Дослідники Arteaga-Cabrera et al. (2025) та Smorochynskyi et al. (2018) детально описали технологію виробництва напівфабрикатів, але не розглянули варіативність параметрів виробничих ліній, що потребує моделювання для прогнозування відмов обладнання. Так вже Sebko et al. (2024) запропонували трипараметровий метод контролю деталей, довівши його ефективність, хоча питання інтеграції цього підходу у великі виробничі системи залишаються відкритими. Вчені Sychov & Sychova (2023) зосередилися на моделюванні міцності обладнання, однак не врахували взаємозалежності між надійністю машин та загальною продуктивністю лінії.

У міжнародному контексті, Gilligan et al. (2023) показали ефективність Six Sigma у підвищенні виходу продукції на ірландському підприємстві, але метод потребує адаптації для умов із високою варіативністю сировини. Hernández-Murillo & Galán-Méndez (2024) наголосили на важливості якості та безпеки харчових продуктів, однак мало торкнулися інструментів математичної оптимізації. А також ще Kang Kang et al. (2024) оцінили значення досліджень у сфері культивованого м'яса, але залишили невирішеними питання масштабування технологій. Sun et al. (2025) розглянули інноваційні технології індустриалізації м'яса, хоча відсутня кількісна оцінка їх ефективності. Нарешті, Hernández-Murillo & Galán-Méndez (2024) та Vlk et al. (2025) застосували

оптимізаційні моделі для поєднання закупівлі та виробництва, проте їхній підхід потребує адаптації до специфіки українських підприємств. Таким чином, огляд підтверджує високий рівень напруженості, але виявляє недостатню увагу до комплексних математичних моделей, що інтегрують якість, безпеку, надійність і ефективність у єдину систему оптимізації.

Матеріали та методи дослідження

Розробити комплекс математичних моделей, які формалізують і оптимізують виробничі процеси м'ясопереробних підприємств, з урахуванням багаторівневої структури технологічних операцій.

Результати дослідження та обговорення

Методологія включає комплексний підхід: лінійне та нелінійне програмування для планування виробництва з використанням матричних форм:

$$\max c^T x \text{ при } Ax \leq b \quad (1)$$

де:

– x – вектор змінних (обсяги виробництва).

– c – вектор коефіцієнтів цільової функції (економічний ефект/прибуток).

– $c^T x$ – цільова функція (загальний результат, що максимізується).

– Ax – фактичні витрати ресурсів при виробничому плані x .

– b – вектор доступних ресурсів (обмеження системи).

Використано імітаційне моделювання потоків на основі дискретно-подійних систем та черг M/M/1 і M/M/c з параметрами λ (інтенсивність надходження) та μ – швидкість обробки одного елемента потоку, тобто інтенсивність обслуговування; теорію масового обслуговування (ТМО) для логістики з формулами Поллака-Хінчина та апроксимаціями Аллена-Куна; моделювання реологічних властивостей, що описують співвідношення між напруженням $\sigma(t)$ та деформацією $\varepsilon(t)$. Аналіз «вузьких місць» виробничих процесів здійснювався шляхом сценарного моделювання з варіюванням параметрів для оцінки ефективності.

Результати дослідження та обговорення

Особливості виробничих процесів в м'ясопереробці

Виробничі процеси м'ясопереробних підприємств визначаються як складна багаторівнева система, яка включає взаємопов'язані етапи від прийому та зберігання сировини до обробки та пакування готової продукції, при цьому кожний з етапів має власну специфіку і водночас безпосередньо впливає на якість кінцевого продукту.

Першим етапом є зберігання сировини, яке передбачає забезпечення суворого дотримання температурних режимів, вологості, санітарних вимог і логістичних параметрів, оскільки м'ясна сировина є біологічно нестабільним матеріалом з високим ризиком швидкого псування, що потребує використання холодильних камер, автоматизованих систем моніторингу стану продукту та впровадження інформаційних технологій для обліку і контролю товарних запасів (Dissanayake et al., 2024).

Наступним етапом є технологічна обробка, яка охоплює первинну обробку (розділення туш, жилювання, видалення непридатних частин), вторинну обробку (подрібнення, соління, маринування, теплову обробку) та спеціалізовані процеси (копчення, сушіння, ферментацію), що потребує сучасного технологічного обладнання, яке забезпечує стандартизацію процесів, стабільність якості та мінімізацію втрат сировини (рис. 1).

Доцільно провести дослідження виробничих процесів є виявлення так званих «вузьких місць», тобто ділянок виробничого циклу, які обмежують загальну продуктивність підприємства, спричиняють накопичення запасів незавершеного виробництва, зростання витрат чи втрати якості продукції. До таких проблемних ділянок у м'ясопереробній промисловості маємо віднести обмежені потужності холодильного обладнання, яке не завжди здатне забезпечити одночасне зберігання великих обсягів сировини та готової продукції, особливо в пікові сезони, що призводить до необхідності додаткових витрат на оренду зовнішніх холодильних площ чи передчасну реалізацію продукції за зниженими цінами (Makedon et al., 2025; Vasilev et al., 2019).



Рис. 1. Технологічна схема виробничого процесу м'ясопереробного підприємства із зазначенням основного обладнання (розроблено, побудовано авторами)

Іншим поширеним «вузьким місцем» є механічна та теплова обробка м'яса, де наявність застарілого обладнання або його низька продуктивність не дозволяють досягти необхідного рівня автоматизації та точності технологічних операцій, що, у свою чергу, збільшує частку ручної праці, підвищує ризик виробничих дефектів і знижує загальну швидкість виконання операцій (Sukhenko et al., 2017).

Також до обмежувальних факторів належать логістичні процеси усередині підприємства, де недостатня оптимізація внутрішніх транспортних потоків, нераціональне планування розташування обладнання чи відсутність інтегрованих систем управління стають причиною зайвих переміщень сировини та готової продукції, зростання витрат часу і, як наслідок, до зниження ефективності виробничого циклу (Makedon, 2010).

Математичні моделі для оптимізації процесів

1. Використання лінійного та нелінійного програмування для планування виробництва

Виробниче планування на м'ясопереробному підприємстві доречно формалізувати через впровадження лінійного програмування, де невідомими є обсяги продукції, що повинні пройти певні стадії технологічного ланцюга, а обмеженнями виступають ресурсні та технічні умови, які відображають як обмеження на обсяг сировини, так і часові межі роботи обладнання (Irlik, 2025). Загальну постановку задачі у матричній формі сформуємо наступним чином:

$$\max f(x) = c^T x \text{ за умов } Ax \leq b, x \geq 0, x \in R^n \quad (2)$$

де:

– $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ – вектор обсягів продукції (наприклад, x_1 – ковбаса варена, x_2 – фарш, x_3 – консерви);

A – матриця технологічних коефіцієнтів, що описує споживання ресурсів;

b – вектор доступних ресурсів;

c – вектор вагових коефіцієнтів, що відображають рівень використання обладнання чи технологічну складність.

Виходимо з гіпотези, що ключові виробничі ресурси розподіляються пропорційно до технологічної трудомісткості продуктів. За такого припущення матриця ресурсних обмежень для трьох основних

продуктів може бути подана у вигляді (3). Нехай для трьох основних продуктів матриця ресурсних обмежень має вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,7 & 0,9 \\ 12 & 7 & 15 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 60 \\ 800 \\ 150 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Перше рівняння означає, що для виробництва одиниці x_1, x_2, x_3 потрібні відповідно 0,5, 0,7, 0,9 т сировини; друге рівняння описує машино-години, третє – місткість камер охолодження.

У випадках, коли залежності не є лінійними (наприклад, зростання енергоспоживання при перевантаженні обладнання чи нелінійні втрати сировини при надмірному завантаженні лінії), модель набуватиме іншого вигляду нелінійного програмування:

$$\max_{x \in R^n} f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i^2 + \sum_{i=1}^n \beta_i \sqrt{x_i} \quad (4)$$

за умов:

$$g_i(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} x_i^{j,j} \leq \beta_i, j = 1, \dots, m, \quad (5)$$

де:

– $j \neq 1$ – вводить нелінійність у залежності;

α_i – моделює додаткове зростання часу при підвищенні обсягу;

β_i – описує ефект втрат при малій продуктивності.

Практичний приклад. Нехай час роботи обладнання нелінійно залежить від обсягів продукції:

$$T(x_1, x_2) = 8x_1 + 4x_2 + 0,02x_1^2 + 0,01x_2^2, \quad (6)$$

і обмеженням є $T(x_1, x_2) \leq 400$. Якщо для перевірки взяти $x_1 = 20, x_2 = 30$, то тоді:

$$T(20, 30) = 8 \cdot 20 + 4 \cdot 30 + 0,02 \cdot 20^2 + 0,01 \cdot 30^2 = 160 + 120 + 8 + 9 = 297 \leq 400,$$

тобто план допустимий. Якщо ж $x_1 = 40, x_2 = 40$, тоді отримаємо:

$$T(40, 40) = 320 + 160 + 32 + 16 = 528 > 400,$$

що свідчить про недопустимість перевантаження. Таким чином, констатуємо, що

нелінійні моделі здатні спланувати роботу обладнання і визначати граничні межі його функціональних складових.

2. Імітаційне моделювання потоків сировини та продукції

Оскільки м'ясопереробні підприємства характеризуються складними потоками матеріалів, що включають доставку сировини, її поділ на партії, проходження кількох технологічних стадій (забій, жилювання, термічна обробка, пакування) та складування готової продукції, важливою задачею є застосування імітаційного моделювання, яке дозволяє відтворювати роботу системи у вигляді часових процесів і аналізувати ефективність функціонування виробничого ланцюга (Suychinov et al., 2024).

Класична постановка базується на дискретному форматі моделювання, де стан системи змінюється у моменти надходження нової партії чи завершення операції. Формально, нехай надходження сировини доцільно описати за допомогою пуассонівського потоку з інтенсивністю λ , а час обробки партії на певній ділянці це випадкова величина з експоненційним розподілом з параметром μ . Тоді система з одним каналом обслуговування може бути описана як: $M/M/1$ черга, для якої середня довжина черги L_q і середній час очікування W_q визначаються:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \quad (7)$$

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho}, \quad (8)$$

$$W_q = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)}. \quad (9)$$

Приклад практичного використання. Якщо надходження туш худоби відбувається з інтенсивністю $\lambda = 10$ партій/год., а середня швидкість обробки однієї партії на лінії $\mu = 12$ партій/год, тоді:

$$\rho = \frac{10}{12} = 0,833,$$

$$L_q = \frac{0,833^2}{1 - 0,833} = 4,18,$$

$$W_q = \frac{0,833}{12 \times 0,167} = 0,416 \text{ год.}$$

Це означає, що в середньому у черзі знаходитиметься близько 4 партій, а середній час очікування перед обробкою становитиме близько 25 хвилин.

Для більш складних систем, що включають кілька ліній і паралельні канали, використовується модель $M/M/c$, де c – кількість каналів. Ймовірність того, що всі канали зайняті, визначимо за допомогою формули Ерланга (Kumar et al., 2021):

$$P = \frac{\left(\frac{\lambda / \mu}{c!}\right)^c}{\sum_{k=0}^{c-1} \left(\frac{\lambda / k}{k!}\right)^k + \left(\frac{\lambda / \mu}{c!(1 - \rho / c)}\right)^c} \quad (10)$$

Припустимо, на етапі пакування діють три паралельні машини ($c=3$), інтенсивність надходження партій $\lambda=20$, а середня швидкість пакування однієї машини $\mu=8$. Тоді навантаження буде визначено як:

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} = \frac{20}{3 \times 8} = 0.833,$$

а ймовірність зайнятості всіх трьох машин можна визначити підстановкою у наведену формулу. Подібний формат розрахунків створює умови для оцінювання того виробничого завдання, чи потрібно додатково вводити четвертий канал або збільшувати швидкість пакування.

3. Застосування теорії масового обслуговування для оптимізації логістичних процесів

Теорія масового обслуговування (ТМО) розвинулася як універсальний інструмент дослідження стохастичних процесів у системах, де існують потоки заявок і обмежені ресурси для їхнього обслуговування, і в логістичних процесах виробництва її застосування дозволяє описати такі ситуації, як черги сировини перед змішувачами, накопичення готових виробів перед пакувальними апаратами або формування черг транспортних засобів перед вантажно-розвантажувальними пунктами, що потребує не лише якісної інтерпретації, але й точного математичного опису (Aziz et al., 2019). У загаль-

ному вигляді система $M/G/1$ (пуассонівський потік, довільний закон розподілу часу обслуговування, один канал) описується співвідношенням Поллака-Хінчина для середньої кількості заявок у черзі:

$$L_q = \frac{\lambda^2 \times \sigma_s^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}, \quad (11)$$

де:

- λ – інтенсивність вхідного потоку;
- σ_s^2 – дисперсія часу обслуговування;
- $\rho = \lambda E[S]$ – коефіцієнт завантаження.

Задане співвідношення демонструє, що навіть за тієї ж самої середньої швидкості обслуговування варіативність часу виконання операцій значно впливає на середню довжину черги, і отже, на логістичну стабільність.

У більш складних системах $M/G/c$ слід використовувати апроксимацію Аллена-Куна для середнього часу очікування в черзі:

$$W_q \approx \frac{c_s^2 + 1}{2} \times \frac{P}{c\mu - \lambda}, \quad (12)$$

де:

- c_s^2 – коефіцієнт варіації часу обслуговування, а P визначається через розширену формулу Ерланга.

Практичний приклад: логістика холодильних камер

Нехай маємо три холодильні камери ($c=3$) для охолодження напівфабрикатів, що надходять із загальною інтенсивністю $\lambda=15$ партій/год., середній час охолодження $E[S]=0,15$ год., дисперсія $\sigma_s^2=0,01$. Тоді швидкість обслуговування однією камерою:

$$\mu \frac{1}{E[S]} = \frac{1}{0,15} \approx 6,67.$$

Завантаження системи:

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} = \frac{15}{3 \times 6,67} \approx 0,75.$$

Коефіцієнт варіації:

$$c_s^2 = \frac{0,01}{0,15^2} \approx 0,444.$$

Далі, обчислюємо ймовірність зайнятості всіх каналів P . Для цього спершу знаходимо інтенсивність трафіку:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{15}{6,67} \approx 2,25.$$

Обчислимо суму:

$$S = \sum_{k=0}^{c-1} \frac{a^k}{k!} = 5,7813.$$

Компонент із найвищим ступенем:

$$\frac{a^k}{k!} = \frac{11,3906}{6} = 1,8984.$$

Множник:

$$\frac{c}{c-a} = \frac{3}{3-2,25} = 4.$$

Отже, чисельник набуватиме вигляду:

$$N = 1,8984 \times 4 = 7,5936,$$

$$D = S + N = 5,7813 + 7,5936 = 13,3749.$$

Ймовірність зайнятості всіх камер буде наступна:

$$P = \frac{7,5936}{13,3749} \approx 0,568.$$

Середній час очікування в черзі складе:

$$W_q \approx 0,722 \times \frac{0,568}{5,01} \approx 0,082 \text{ год} (\approx 4,9 \text{ хв}).$$

Таким чином, моделювання на засадах інструмента ТМО надає можливості отримувати чисельні характеристики черг перед холодильними камерами, що є критичним для планування внутрішніх потоків у виробництві.

Ключовим елементом є формалізація критеріїв оптимізації, які відображають реальні потреби м'ясопереробного підприємства та забезпечують об'єктивну оцінку ефективності виробничих рішень. Основними критеріями виступають: максимізація прибутку як інтегрального показника економічного результату; мінімізація сукупних виробничих витрат, що включають енергоспоживання, сировину та трудові ресурси; скорочення тривалості виробничого циклу, що визначає оперативність технологічних процесів; а також підвищення рівня сервісу, який характеризується стабільністю виконання замовлень і скороченням часу очікування в системі.

4. Моделювання структурно-механічних властивостей м'ясних продуктів

Структурно-механічні властивості м'ясних продуктів становлять інтегральний результат взаємодії фізико-хімічних, біомеханічних і технологічних процесів, які відбуваються у багатофазній білково-жировій системі в ході її обробки. У межах математичного підходу до оптимізації виробничих процесів м'ясопереробки вони розглядаються як змінні стану, що описують реакцію матеріалу на дію зовнішніх силових полів: стискання, зсуву, розтягнення або термічних

навантажень. В основі формування цих властивостей лежить мікроструктура м'язової тканини, що складається із саркомерів, актоміозинових комплексів, сполучнотканинних структур та колагенових волокон, які в сукупності визначають пружність, деформованість і релаксаційну здатність продукту.

Для відтворення цієї поведінки у математичній формі використовуються реологічні моделі, що описують співвідношення між напруженням $\sigma(t)$ та деформацією $\varepsilon(t)$. Найпростішою моделлю є узагальнене рівняння Кельвіна–Фойгта (рис. 2).

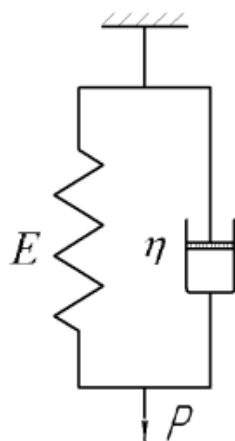


Рис. 2. Узагальнена реологічна схема Кельвіна–Фойгта для моделювання текстурних властивостей м'ясних систем

Математичний вираз моделі наступний:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) + \eta \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (13)$$

де:

$\sigma(t)$ – напруження у м'ясному продукті в момент часу t ;

$\varepsilon(t)$ – відносна деформація продукту в момент часу t ;

t – час дії навантаження;

E – модуль пружності;

η – коефіцієнт внутрішнього тертя, що визначає в'язкопружну реакцію продукту.

Сама модель описує короткочасні пружні процеси під час стискання ковбасного батону або формування фаршу.

Для процесів тривалої дії використовується модель Максвелла, яка відтворює явища релаксації напружень і втрат структури при зберіганні:

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} \frac{1}{E} \frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{\sigma(t)}{\eta} \quad (14)$$

де:

$\sigma(t)$ – напруження у продукті в момент часу t

$\varepsilon(t)$ – відносна деформація;

t – час спостереження;

E – ефективний модуль пружності в моделі Максвелла;

η – коефіцієнт в'язкості (в'язкий параметр), що характеризує швидкість релаксації напружень.

Наведене рівняння демонструє, що при постійному навантаженні деформація збільшується з часом, що є характерним для варених і емульгованих м'ясних продуктів (Shcherban et al., 2023).

Для більш складних систем, де структура змінюється під впливом температури, вологості чи ензимної активності, застосовують нелінійне рівняння стану м'ясної системи, яке інтегрує механічну та термічну компоненти:

$$\sigma(t) = E_0(1 + \alpha T(t))\varepsilon(t) + \eta_0(1 + \beta w(t)) \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (15)$$

де:

$\sigma(t)$ – напруження в м'ясній системі в момент часу t ;

$\varepsilon(t)$ – деформація (загальна або відносна вага, як прийнято в роботі);

$T(t)$ – температура продукту;

$w(t)$ – вологість продукту;

α, β – коефіцієнти, що визначають чутливість матеріалу до теплових і гідродинамічних (масообмінних) факторів;

t – час перебігу процесу.

Такі рівняння дозволяють формалізувати механічну поведінку м'ясних систем на різних етапах виробництва – від подрібнення й перемішування до термообробки й охолодження. З їх допомогою можна моделювати втрати маси, прогнозувати текстуру, визначати оптимальний час пресування або температуру коагуляції білків.

На практиці побудова моделей деформаційного стану продукту під час нагріву чи охолодження забезпечує мінімізацію енергетичних витрат і запобігає структурній дестабілізації фаршу.

У проведеному дослідженні проблемою, що потребує вирішення, виступає недостатня узгодженість між виробничими ресурсами та фактичними технологічними навантаженнями, що призводить до утворення «вузьких місць» і втрати ефективності м'ясопереробних процесів. Запропонований шлях вирішення полягає у розробці математичних моделей оптимізації та реологічного моделювання, які дозволяють комплексно оцінити поведінку сировини та обладнання за різних режимів роботи. Отримані результати є оригінальними, оскільки вперше для цього типу підприємств поєднано лінійно-

програмні алгоритми, моделі черг та нелінійні рівняння стану.

Висновки

Дослідження засвідчило, що технологічні процеси на м'ясопереробних підприємствах характеризуються багатоступінчатою організацією, де кожна операція – від збереження вихідної сировини до упакування фінальної продукції має вирішальне значення для гарантування якості та безпечності готових виробів. Використання математичних моделей дало змогу виявити принципи функціонування взаємопов'язаних технологічних елементів, ідентифікувати основні обмеження та взаємозалежності, що створюють проблемні зони виробництва, а також довело доцільність впровадження формалізованих підходів у галузі управління харчовим виробництвом.

Результати математичного моделювання продемонстрували, що застосування методів лінійної та нелінійної оптимізації разом із симуляційними технологіями створює можливості для структурованого планування та ефективного управління ресурсами в процесах м'ясопереробки, гарантуючи знаходження оптимальних рішень в умовах суворих технологічних та економічних обмежень. Лінійні алгоритми успішно описують прямо пропорційні зв'язки між споживанням матеріалів, енергетичними витратами та обсягами продукції, у той час як нелінійні моделі враховують явища перевантаження устаткування та нелінійний характер технологічних втрат. Такий підхід створює фундамент для розробки інформаційних систем підтримки управлінських рішень, адаптованих до специфіки реального виробництва.

Фінансування / Funding

Це дослідження не отримало зовнішнього фінансування / This research received no external funding.

Заява про доступність даних / Data Availability Statement

Набір даних доступний за запитом до автора / Dataset available on request from the author.

Заява інституційної ревізійної ради / Institutional Review Board Statement

Не застосовується / Not applicable.

Заява про інформовану згоду / Informed Consent Statement

Інформована згода не вимагалася, оскільки дослідження не передбачало залучення людей як учасників, не включало персональних даних, не проводило інтерв'ю, опитувань чи

експериментів, а також не використовувало інформацію, що дозволяє ідентифікувати особу. Усі використані матеріали не підпадають під вимоги отримання інформованої згоди відповідно до етичних стандартів / Informed consent was not required because the study did not involve human participants, did not include personal data, did not conduct interviews, surveys or experiments, and did not use personally identifiable information. All materials used are exempt from the requirement for informed consent in accordance with ethical standards.

Конфлікт інтересів / Conflict of interest

Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів / The authors declare no conflict of interest.

Декларація про генеративний штучний інтелект і технології на основі штучного інтелекту в процесі написання / Declaration on Generative Artificial Intelligence and AI-enabled Technologies in the Writing Process

У цьому дослідженні не використовувався генеративний штучний інтелект або технології штучного інтелекту для збору, аналізу чи інтерпретації даних / This study did not use generative artificial intelligence or AI technologies to collect, analyze, or interpret data.

References

- Arteaga-Cabrera, E., Ramírez-Márquez, C., Sánchez-Ramírez, E., Segovia-Hernández, J. G., Osorio-Mora, O., & Gómez-Salazar, J. A. (2025). Advancing Optimization Strategies in the Food Industry: From Traditional Approaches to Multi-Objective and Technology-Integrated Solutions. *Applied Sciences*, 15(7), 3846. <https://doi.org/10.3390/app15073846>.
- Avanesova, N., Tahajuddin, S., Hetman, O., Serhiiienko, Y., & Makedon, V. (2021). Strategic management in the system model of the corporate enterprise organizational development. *Economics and Finance*, 1(9), 18–30. <https://doi.org/10.51586/2311-3413.2021.9.1.18.30>.
- Aziz, M. M. A., Rahman, A. M. A., & Sapuan, S. M. (Eds.). (2019). *Production Planning, Modeling and Control of Food Industry Processes*. Springer. URL: <https://www.springer.com/gp/book/9783030013723>.
- Bal-Prylypko, L., Nikolaenko, M., Cherednichenko, O., & Stepasyuk, L. (2022). Trends in the development of the meat processing industry of Ukraine and practical approaches to optimizing sausage product recipes. *Food Resources*, 29(5), 10–19. <https://doi.org/10.32317/2221-1055.202205010>.
- Dissanayake, K., Rifky, M., Nurmukhamedov, K., Makhmayorov, J., Abdullayev, B., & Murodjon, S. (2024). A comparative analysis of traditional meat processing methods. *E3S Web of Conferences*, 494, Article 04023. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202449404023>.
- Irlik, Y. A. (2025). Mathematical modeling of transient processes in a living control system of a distillation apparatus. *Refrigeration Engineering and Technology*, 61(1), 45–54. <https://doi.org/10.15673/ret.v61i1.3112> (in Ukrainian)
- Ірлик Ю. А. Математичне моделювання перехідних процесів живучої системи керування ректифікаційною установкою. *Refrigeration Engineering and Technology*. 2025. Т. 61, № 1. С. 45–54. DOI: <https://doi.org/10.15673/ret.v61i1.3112>.
- Gilligan, R., Moran, R., & McDermott, O. (2023). Six Sigma application in an Irish meat processing plant to improve process yields. *The TQM Journal*, 35(9), 210–230. <https://doi.org/10.1108/TQM-02-2023-0040>.
- Hernández-Murillo, L. K., & Galán-Méndez, F. (2024). Meat Processing: A Focus on Quality, Food Safety, and Sustainable Development. *Journal of Bio Innovation*, 13(6), 911–932. <https://doi.org/10.46344/JBINO.2024.v13i06.02>.

Kang, K.-M., Lee, D. B., & Kim, H.-Y. (2024). Industrial research and development on the production process and quality of cultured meat hold significant value: a review. *Food Science of Animal Resources*, 44(3), 499–514. <https://doi.org/10.5851/kosfa.2024.e20>.

Kumar, M., Vatsa, S., Madhumita, M., & Prabhakar, P. K. (2021). Mathematical Modeling of Food Processing Operations: A Basic Understanding and Overview. *Turkish Journal of Agricultural Engineering Research*, 2(2), 472–492. <https://doi.org/10.46592/turkager.2021.v02i02.019>.

Lespukh, Y. V., & Ivasiv, V. V. (2024). Benchmarking of advanced technologies for food industry production. *Food Resources*, 12(23), 279–289. <https://doi.org/10.31073/foodresources2024-23-30> (in Ukrainian).

Леспух Ю. В., Івасів В. В. Бенчмаркінг передових технологій виробництва продукції харчової промисловості. Продовольчі ресурси. 2024. № 12(23). С. 279-289. DOI: <https://doi.org/10.31073/foodresources2024-23-30>.

Makedon, V. V. (2010). *International strategic alliances of companies: a monograph*. DUEP (in Ukrainian)

Македон В.В. Міжнародні стратегічні альянси компаній: монографія. ISBN 978-966-434-089-9. Дніпропетровськ: ДУЕП, 2010. 304 с.

Makedon, V., Myachin, V., Alosyna, T., Cherniavska, I., & Karavan, N. (2025). Improving the readiness of enterprises to develop sustainable innovation strategies through fuzzy logic models. *Economic Studies (Ikonomicheski Izsledvania)*, 34(5), 165–179. https://archive.econ-studies.iki.bas.bg/2025/2025_05/2025_05_09.pdf.

Sebko, V., Zdorenko, V., Zashchepkina, N., & Barylko, S. (2024). Triparametric method for control of equipment parts in processing and food production. *Measuring and Computing Devices in Technological Processes*, (4), 355–361. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2024-80-43> (in Ukrainian)

Сєбко В., Здоренко В., Защепкіна Н., Барилко С. Трипараметровий метод контролю деталей обладнання переробних і харчових виробництв. Measuring and Computing Devices in Technological Processes. 2024. № 4. С. 355-361. DOI: <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2024-80-43>.

Shcherban, V. Yu., Kolysko, O. Z., Shcherban, Y. Y., Melnyk, H. V., Kolysko, M. I., & Kyrychenko, A. M. (2023). *Mathematical modeling of systems and technological processes*. Fastbind Ukraine (in Ukrainian)

Щербань В.Ю. Математичне моделювання систем і технологічних процесів / В.Ю. Щербань, О.З. Колиско, Ю.Ю. Щербань, Г.В. Мельник, М.І. Колиско, А.М. Кириченко. К.: ТОВ "Фастбінд Україна", 2023. 938 с.

Smorochynskyi, O. M., Petrova, O. V., Strikha, L. O., & Vashchenko, O. I. (2018). Technology of production of meat semi-finished products on a specialized line. *Tavriiskyi Scientific Bulletin*, 100(2), 188–195. https://www.tnv-agro.ksauniv.ks.ua/archives/100_2018/part_2/29.pdf (in Ukrainian)

Сморочинський О. М., Петрова О. В., Стріха Л. О., Ващенко О. І. Технологія виробництва м'ясних напівфабрикатів на спеціалізованій лінії. Таврійський науковий вісник. 2018. № 100 (Т. 2). С. 188–195. URL: https://www.tnv-agro.ksauniv.ks.ua/archives/100_2018/part_2/29.pdf

Sukhenko, V. Y., Sukhenko, Y. G., Sarana, V. V., & Mushtruk, M. M. (Eds.). (2017). *Modeling of technological processes and equipment of agro-industrial processing enterprises: Monograph*. CP "KOMPRINT". (in Ukrainian)

Моделювання технологічних процесів і обладнання переробних підприємств АПК: Монографія / В.Ю. Сухенко, Ю.Г. Сухенко, В.В. Сарана, М.М. Муштрук / за ред. д.т.н. Сухенка В.Ю. К.: ЦП «КОМПРИНТ», 2017. 520 с.

Sun, Q., Yuan, Y., Xu, B., Gao, S., Zhai, X., Xu, F., & Shi, J. (2025). Innovative Technologies Reshaping Meat Industrialization: Challenges and Opportunities in the Intelligent Era. *Foods*, 14(13), 2230. <https://doi.org/10.3390/foods14132230>

Suychinov, A., Akimova, D., Kakimov, A., Zharykbassov, Y., Baikadamova, A., Okuskhanova, E., Bakiyeva, A., & Ibragimov, N. (2024). Revolutionizing meat processing: a nexus of technological

advancements, sustainability, and cultured meat evolution. *Potravinarstvo Slovak Journal of Food Sciences*, 18, 331–346. <https://doi.org/10.5219/1957>

Sychov, A. I., & Sychova, T. O. (2023). Mathematical modeling of equipment strength in processing and food production. *Technical Progress in Agro-Industrial Complex: Materials of All-Ukrainian Scientific-Practical Conference*, May 9-10, 2023, Kharkiv: DBTU, p. 248. URL: <https://repo.btu.kharkov.ua/handle/123456789/38139> (in Ukrainian)

Сичов А. І., Сичова Т. О. Математичне моделювання міцності обладнання переробних і харчових виробництв. Технічний прогрес в АПВ: Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, 9-10 травня 2023 р. Харків: ДБТУ, 2023. С. 248. URL: <https://repo.btu.kharkov.ua/handle/123456789/38139>

Vasilev, D., Stajkovic, S., Karabasil, N., Dimitrijevic, M., & Teodorovic, V. (2019). Perspectives in meat processing. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 333, 012024. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/333/1/012024>

Vlk, M., Šucha, P., Rudy, J., & Idzikowski, R. (2025). Purchase and production optimization in a meat processing plant. *International Transactions in Operational Research*, 33(2), 1016-1051. <https://doi.org/10.1111/itor.70081>

Received: 23.10.2025. Accepted: 21.11.2025 Published: 16.12.2025

Ви можете цитувати цю статтю так:

Симонік Б., Полевода Ю. Оптимізація виробничих процесів у м'ясопереробці на основі математичних моделей. *Biota. Human. Technology*. 2025. № 3. С. 207–218. DOI: <https://doi.org/10.58407/bht.3.25.19>

Cite this article in APA style as:

Symonik, B., & Polievoda, Y. (2025). Optymizatsiya vyrobnychkykh protsesiv u m'yasopererobtsi na osnovi matematychnykh modelei [Optimization of production processes in meat processing based on mathematical models]. *Biota. Human. Technology*, (3), 207–218. <https://doi.org/10.58407/bht.3.25.19> (in Ukrainian)

Information about the authors:

Symonik B. [*in Ukrainian: Симонік Б.*]¹, PhD Student, e-mail: symonikbohdan@ukr.net

ORCID: 0009-0004-4864-9711

Department of Bioengineering, Bio- and Food Technologies, Vinnytsia National Agrarian University
3 Sonyachna Street, Vinnytsia, 21008, Ukraine

Polievoda Y. [*in Ukrainian: Полевода Ю.*]², PhD (Technical Sciences), Assoc. Prof., e-mail: vinyura36@gmail.com

ORCID: 0000-0002-2485-0611

Department of Bioengineering, Bio- and Food Technologies, Vinnytsia National Agrarian University
3 Sonyachna Street, Vinnytsia, 21008, Ukraine

¹ Study design, data collection.

² Statistical analysis, manuscript preparation.